ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
27. veljače 2015.

7. razred-rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Prvi način:

Ako drugi mnogokut ima x stranica, onda prvi ima $x+0.4x=1.4x$ stranica. 2 BODA

Budući da je zbroj veličina svih unutarnjih kutova drugog mnogokuta za 1080° manji od zbroja veličina svih unutarnjih kutova prvog mnogokuta, može se pisati

$(1.4x-2)\cdot 180° = (x-2)\cdot 180° + 1080°$ / :180° 3 BODA

$1.4x - 2 = x - 2 + 6$ 1 BOD

$0.4x = 6$ 1 BOD

$x = 15$ 1 BOD

$1.4x = 21.$ 1 BOD

Riječ je o mnogokutima s 21 i 15 vrhova. 1 BOD

……………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

Ako prvi mnogokut ima x stranica, a drugi y stranica, onda vrijedi $x = 1.4y$. 2 BODA

Budući da je zbroj veličina svih unutarnjih kutova drugog mnogokuta za 1080° manji od zbroja veličina svih unutarnjih kutova prvog mnogokuta, može se pisati

$(x-2)\cdot 180° = (y-2)\cdot 180° + 1080°$ / :180° 3 BODA

$x - 2 = y - 2 + 6$ 1 BOD

$x = y + 6$

$1.4y = y + 6$ 1 BOD

$0.4y = 6$

$y = 15$ 1 BOD

$x = 21.$ 1 BOD

Riječ je o mnogokutima s 21 i 15 vrhova. 1 BOD

…………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

Napomena: Točan odgovor bez obrazloženja donosi 4 boda.

2. Prvi način:

Neka je traženi broj $\overline{xyz}$.

Vrijedi $100x + 10y + z + 10 \cdot (x + y + z) = 496$ odnosno $110x + 20y + 11z = 496$. 2 BODA

Kako su prva dva pribrojnika višekratnici broja 10 (završavaju s nulom), da bi ukupan zbroj mogao imati znamenku jedinica 6, znamenka z nužno mora biti 6. 2 BODA

$110x + 20y + 66 = 496$

$110x + 20y = 430$ / :10

$11x + 2y = 43$. 1 BOD

Znamenka x može biti samo 1, 2 ili 3, jer će inače zbroj biti veći od 43. 1 BOD

Za $x = 1$ dobije se $y = 16$ (znamenka y ne može biti dvoznamenkasti broj). 1 BOD

Za $x = 2$, dobije se $y = 10.5$ (što također nema smisla). 1 BOD

Za $x = 3$ dobije se $y = 5$. 1 BOD

Traženi broj je 356. 1 BOD

…………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

Neka je traženi broj $\overline{xyz}$.

Vrijedi $100x + 10y + z + 10 \cdot (x + y + z) = 496$ odnosno $110x + 20y + 11z = 496$. 2 BODA

Dalje je $11 \cdot (10x + z) = 496 - 20y$ što znači da $496 - 20y$ mora biti djeljivo s 11. 2 BODA

y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$496-20y$	496	476	456	436	416	396	376	356	336	316

2 BODA

Samo je broj 396 djeljiv s 11 pa slijedi 1 BOD

$11 \cdot (10x + z) = 396$

$10x + z = 36$. 1 BOD

Dakle, $x = 3$ i $z = 6$. 1 BOD

Traženi broj je 356. 1 BOD

………………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

Napomena: Točan odgovor bez obrazloženja donosi 4 boda.

3. Prvi način:

Među prvih 2015 prirodnih brojeva ima 1008 neparnih i 1007 parnih. 1 BOD

Zbroj dva prirodna broja je paran ako su oba parna ili oba neparna. 2 BODA

Parove parnih brojeva možemo izabrati na $\frac{1007 \cdot 1006}{2} = 1007 \cdot 503 = 506521$ načina. 3 BODA

Parove neparnih brojeva možemo izabrati na $\frac{1008 \cdot 1007}{2} = 504 \cdot 1007 = 507528$ načina. 3 BODA

Ukupan broj načina je 506 521 + 507 528 = 1 014 049. 1 BOD

..…………………..………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

Među prvih 2015 prirodnih brojeva ima 1008 neparnih i 1007 parnih. 1 BOD

Zbroj dva prirodna broja je paran ako su oba parna ili oba neparna. 2 BODA

Parove parnih brojeva možemo izabrati na $\frac{1007 \cdot 1006}{2}$ načina. 1 BOD

Parove neparnih brojeva možemo izabrati na $\frac{1008 \cdot 1007}{2}$ načina. 1 BOD

Ukupan broj načina je $\frac{1008 \cdot 1007}{2} + \frac{1007 \cdot 1006}{2} = \frac{1007}{2} \cdot (1008 + 1006) =$ 2 BODA

$= \frac{1007}{2} \cdot 2014 = 1007 \cdot 1007 =$ 2 BODA

= 1 014 049. 1 BOD

..…………………..………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

4. Između 25 igrača kluba moguće je izabrati par igrača na $\frac{25 \cdot 24}{2} = 300$ načina. 3 BODA

Dakle, slučajan događaj ima 300 elementarnih događaja. 1 BOD

Među tri sestre moguće je formirati $\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$ različita para. 3 BODA

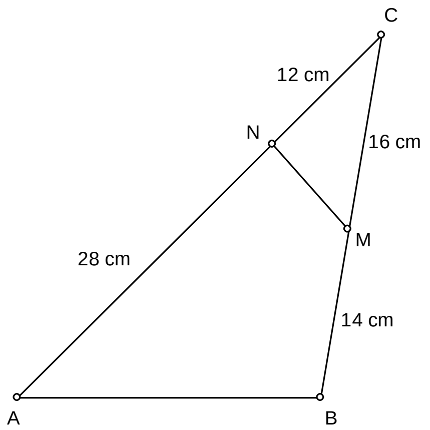
Dakle, broj povoljnih elementarnih događaja je 3. 1 BOD

Vjerojatnost da će biti izabran par sestara je $P = \frac{3}{300} = \frac{1}{100} = 0.01 = 1\%$. 2 BODA

……………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

Napomena: Kao ispravan odgovor ravnopravno prihvatiti 1 %, 0.01 ili $\frac{1}{100}$.

5. Skica



1 BOD

$\frac{|AC|}{|MC|} = \frac{40}{16} = \frac{5}{2}$, $\frac{|BC|}{|NC|} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$. 2 BODA

Dakle, $\frac{|AC|}{|MC|} = \frac{|BC|}{|NC|}$ i zajednički kut pri vrhu C pa prema poučku S-K-S o sličnosti slijedi

$\Delta MNC \sim \Delta ABC$. 2 BODA

$\frac{P_{\Delta ABC}}{P_{\Delta MNC}} = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2}$ 1 BOD

$\frac{P_{\Delta MNC} + 252}{P_{\Delta MNC}} = \frac{25}{4}$ 1 BOD

$4 \cdot P_{\Delta MNC} + 1008 = 25 \cdot P_{\Delta MNC}$ 1 BOD

$21 \cdot P_{\Delta MNC} = 1008$ 1 BOD

$P_{\Delta MNC} = 1008 : 21 = 48\,\text{cm}^2$.

Površina trokuta MNC je $48\ \text{cm}^2$. 1 BOD

……………………………………………...………………………………… UKUPNO 10 BODOVA