ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
27. veljače 2015.

6. razred-rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $\left[\left(3\frac{1}{2}-2:1\frac{2}{3}+2\frac{1}{3}\right)\cdot 10-6\frac{1}{3}\right]:\left(\frac{3}{4}:0.1\right)-3.5=$

$=\left[\left(\frac{7}{2}-2:\frac{5}{3}+\frac{7}{3}\right)\cdot 10-\frac{19}{3}\right]:\left(\frac{3}{4}:\frac{1}{10}\right)-3.5=$

$=\left[\left(\frac{7}{2}-2\cdot\frac{3}{5}+\frac{7}{3}\right)\cdot 10-\frac{19}{3}\right]:\left(\frac{3}{4}\cdot 10\right)-3.5=$

$=\left[\left(\frac{7}{2}-\frac{6}{5}+\frac{7}{3}\right)\cdot 10-\frac{19}{3}\right]:\frac{15}{2}-3.5=$ 2 BODA

$=\left[\frac{105-36+70}{30}\cdot 10-\frac{19}{3}\right]:\frac{15}{2}-3.5=$

$=\left[\frac{139}{30}\cdot 10-\frac{19}{3}\right]:\frac{15}{2}-3.5=$ 1 BOD

$=\left[\frac{139}{3}-\frac{19}{3}\right]:\frac{15}{2}-3.5=$ 1 BOD

$=\frac{120}{3}:\frac{15}{2}-\frac{35}{10}=$ 1 BOD

$=40\cdot\frac{2}{15}-\frac{35}{10}=$

$=\frac{16}{3}-\frac{7}{2}=$ 1 BOD

$=\frac{32-21}{6}=\frac{11}{6}=1\frac{5}{6}.$ 1 BOD

Traženi cijeli brojevi su -1, 0 i 1. 3 BODA

………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

2. Prvi način:

Josip mora podijeliti bombone na trećine, četvrtine, šestine i osmine pa ukupan broj bombona mora biti višekratnik brojeva 3, 4, 6 i 8. 1 BOD

Najmanji zajednički višekratnik je $V(3, 4, 6, 8) = 24$. 1 BOD

Budući da je ukupan broj bombona u vrećici dvoznamenkast, može ih biti 24, 48, 72 ili 96. 1 BOD

Najmanji broj bombona je dobio otac (osminu). Dakle, otac je mogao dobiti 3, 6, 9 ili 12 bombona. Broj bombona, koje je dobio otac, mora biti dvoznamenkast pa se može zaključiti da je otac dobio 12 bombona odnosno da je ukupan broj bombona 96. 2 BODA

Sestra je dobila 32, brat 24, majka 16 i otac 12 bombona. 3 BODA

To je ukupno 84 bombona pa je Josipu ostalo još 12 bombona. 2 BODA

……………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

Nakon podjele Josipu će ostati $1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}-\frac{1}{8}=\frac{24-8-6-4-3}{24}=\frac{3}{24}=\frac{1}{8}$ ukupnog broja bombona. 2 BODA

Ukupan broj bombona mora biti višekratnik brojeva 3, 4, 6 i 8. 1 BOD

Najmanji zajednički višekratnik je $V(3, 4, 6, 8) = 24$. 1 BOD

Ukupan broj bombona u vrećici je dvoznamenkast, tj. može ih biti 24, 48, 72 ili 96. 1 BOD

Najmanji broj bombona (po osminu) dobivaju otac i Josip. Dakle, oni mogu dobiti po 3, 6, 9 ili 12 bombona. Broj bombona koje dobivaju mora biti dvoznamenkast pa se može zaključiti da su otac i Josip dobili po 12 bombona odnosno da je ukupan broj bombona 96. 2 BODA

Sestra je dobila 32, brat 24, majka 16, a otac i Josip po 12 bombona. 3 BODA

……………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

Napomena: Rješavanje pomoću jednadžbe treba u cijelosti prihvatiti.

3. Neka je b znamenka koja se ponavlja u zadanom zbroju.

Iz uvjeta zadatka vrijedi da je $a + 2a + 3a + \ldots + 9a = \overline{bbbb...b}$. 2 BODA

$a + 2 \cdot a + 3 \cdot a + \ldots + 9 \cdot a = a \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + 9) = 45 \cdot a$ 2 BODA odnosno vrijedi $45 \cdot a = \overline{bbbb...b}$. 1 BOD

Dakle, $\overline{bbbb...b}$ mora biti djeljiv s 45, tj. s 5 i s 9. 1 BOD

Iz djeljivosti s 5 slijedi da znamenka b mora biti 5. 1 BOD

Iz djeljivosti s 9 i zahtjeva da se odredi najmanji broj slijedi da je $\overline{bbbb...b}$ = 555 555 555. 1 BOD

Na kraju je najmanji prirodan broj a za koji vrijedi tvrdnja a = 555 555 555 : 45 = 12 345 679.

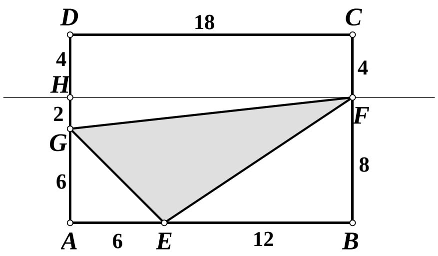
2 BODA

………………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

4. Neka je $|AB| = a$ i $|BC| = b$. Iz uvjeta zadatka vrijedi da je $2a + 2b = 60$ i $b = \frac{2}{3}a$ odnosno

$2a + 2 \cdot \frac{2}{3} a = 60$. Dalje slijedi da je $2a + \frac{4}{3} \cdot a = 60$ te $\frac{10}{3} \cdot a = 60$ i onda

$a = 18$ cm i $b = 12$ cm. 2 BODA



1 BOD

$P_{EFG} = P_{ABCD} - (P_{AEG} + P_{BFE} + P_{CDGF})$

Vrijedi da je $P_{ABCD} = 18 \cdot 12 = 216$ cm^2,

$P_{AEG} = (6 \cdot 6) : 2 = 18$ cm^2,

$P_{BFE} = (12 \cdot 8) : 2 = 48$ cm^2. 3 BODA

Površinu četverokuta *CDGF* možemo izračunati tako da točkom *F* nacrtamo pravac koji je

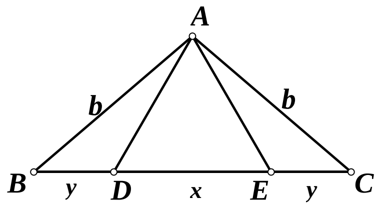
usporedan s dužinom $\overline{CD}$. Tada je

$P_{CDGF} = P_{CDHF} + P_{HGF} = 18 \cdot 4 + (18 \cdot 2) : 2 = 72 + 18 = 90$ cm^2. 2 BODA

$P_{EFG} = 216 - (18 + 48 + 90) = 216 - 156 = 60$ cm^2. 2 BODA

………………………………………………………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

5.



1 BOD

Trokut ABC je jednakokračan trokut s osnovicom $\overline{BC}$ pa vrijedi da je $|AB| = |AC|$ i

$|\measuredangle CBA| = |\measuredangle ACB|$ odnosno $|\measuredangle DBA| = |\measuredangle ACE|$. Budući je iz uvjeta zadatka $|BD| = |EC| = y$,

prema poučku S-K-S o sukladnosti zaključujemo da su trokuti ABD i ACE sukladni. 2 BODA

Posljedica te sukladnosti jest da je $|AD| = |AE|$. 1 BOD

Budući da u trokutu nasuprot stranica jednakih duljina leže sukladni kutovi, može se zaključiti da u trokutu ADE vrijedi $|\measuredangle EDA| = |\measuredangle AED|$. 1 BOD

Nadalje, za kutove trokuta ADE vrijedi

$$|\measuredangle EDA| + |\measuredangle AED| + 60° = 180° \Rightarrow |\measuredangle EDA| + |\measuredangle AED| = 120° \Rightarrow |\measuredangle EDA| = |\measuredangle AED| = 60°$$

što znači da je trokut ADE jednakostraničan. 1 BOD

Označimo duljinu stranice trokuta ADE s x. Opseg tog trokuta je 15 cm pa slijedi da je $3 \cdot x = 15$ odnosno $x = 5$ cm. 1 BOD

Za zbroj opsega trokuta ABD i trokuta AEC vrijedi

$2x + 2y + 2b = 30 \Rightarrow 2y + 2b = 30 - 2 \cdot 5 = 20$ cm. 1 BOD

Traženi opseg trokuta ABC jednak je $x + 2y + 2b = 5 + 2y + 2b = 5 + 20 = 25$ cm. 2 BODA

……………………………………….....………………………………… UKUPNO 10 BODOVA

Napomena: Budući da je $|AD| = |AE|$, trokut ADE je jednakokračan s osnovicom $\overline{DE}$, a krakovi tog trokuta prema uvjetu zadatka zatvaraju kut od 60°. Kutovi uz osnovicu su sukladni i veličina im je (180° – 60°) : 2 = 60°. Dakle, trokut ADE je jednakostraničan sa stranicom duljine x. Taj način zaključivanja treba jednako vrednovati kao u ponuđenom rješenju s 1+1 odnosno 2 boda.